

Analisi termica

Scatola su linea di forno

Davide Grilli

Aprile 2026

Campionamento IR della temperatura di una scatola che attraversa un forno su linea di produzione. Finestra di osservazione: **0.2 s** → **133.7 s** (133.5 s totali, 888 campioni).

1 Dati e analisi preliminare

1.1 Dati grezzi

Il grafico seguente riporta il profilo termico completo acquisito dal sensore IR, a partire da $t = 105$ s. Sono mostrate le due curve: temperatura ambiente (T_{amb}) e temperatura della scatola (T_{obj}).

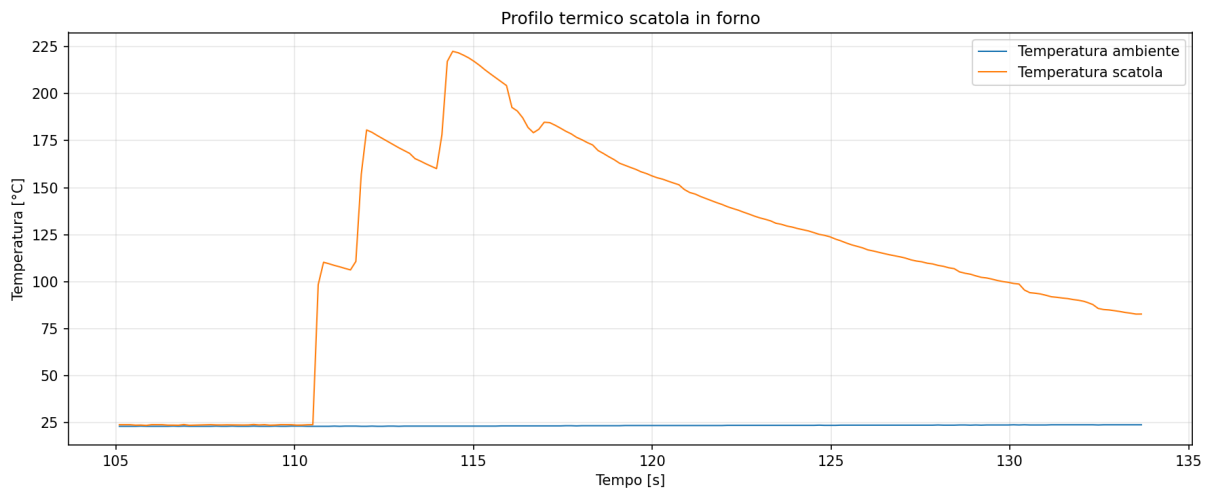


Figura 1: Profilo termico grezzo: temperatura ambiente (blu) e temperatura scatola (arancione).

1.2 Temperatura ambiente T_{∞}

Metodologia

T_{∞} è usata come temperatura di equilibrio nel modello di raffreddamento. È calcolata come **media ponderata sul tempo** sull'intera finestra di osservazione, con la regola dei trapezi:

$$T_\infty = \frac{\int_{t_i}^{t_f} T_{\text{amb}}(t) dt}{t_f - t_i} \quad (1)$$

Questo approccio è corretto con campionamento non uniforme: ogni campione pesa proporzionalmente all'intervallo di tempo che copre.

Risultati

Parametro	Valore
T_{amb} minima	22.60 °C
T_{amb} massima	23.80 °C
T_∞ (media ponderata)	22.99 °C

2 Raffreddamento

Il profilo di raffreddamento è modellato con la legge di raffreddamento di Newton:

$$T(t) = T_\infty + A \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \quad (2)$$

con $T_\infty = 22.99\text{ C}$ fisso. Il metodo di stima è in tutti i casi **Nonlinear Least Squares con Trust Region Reflective (TRF)** (`scipy.optimize.curve_fit(..., method="trf")`).

2.1 Raffreddamento intero

Fit sulla finestra completa $t_0 = 115.0\text{ s} \rightarrow$ fine osservazione, con pesi espliciti per escludere la zona di transizione in uscita dal forno.

Tabella 1: Schema dei pesi

Intervallo	Peso	Motivazione
$[115.0, 115.9)\text{ s}$	$w = 1$	Raffreddamento regolare
$[115.9, 117.2]\text{ s}$	$w = 0$ ($\sigma = 10^{10}$)	Errore di misura
$(117.2, \text{fine}]\text{ s}$	$w = 1$	Raffreddamento regolare

I punti nella zona esclusa ricevono peso nullo: assegnando $\sigma = 10^{10}$ il termine $(\text{residuo}/\sigma)^2 \rightarrow 0$, rendendoli ininfluenti sul costo del fit. Entrambi i parametri A e τ sono liberi.

Tabella 2: Parametri stimati — Raffreddamento intero

Parametro	Descrizione	Valore
A	Sovratemperatura iniziale	$185.18 \pm 0.27\text{ C}$
τ	Costante di tempo	$16.27 \pm 0.05\text{ s}$

Curva stimata:

$$T(t) = 22.99 + 185.18 \cdot e^{-\frac{t-115.0}{16.27}} \quad [C] \quad (3)$$

Bontà del fit: $R^2 = 0.9938$ (calcolato solo sui punti con peso pieno).

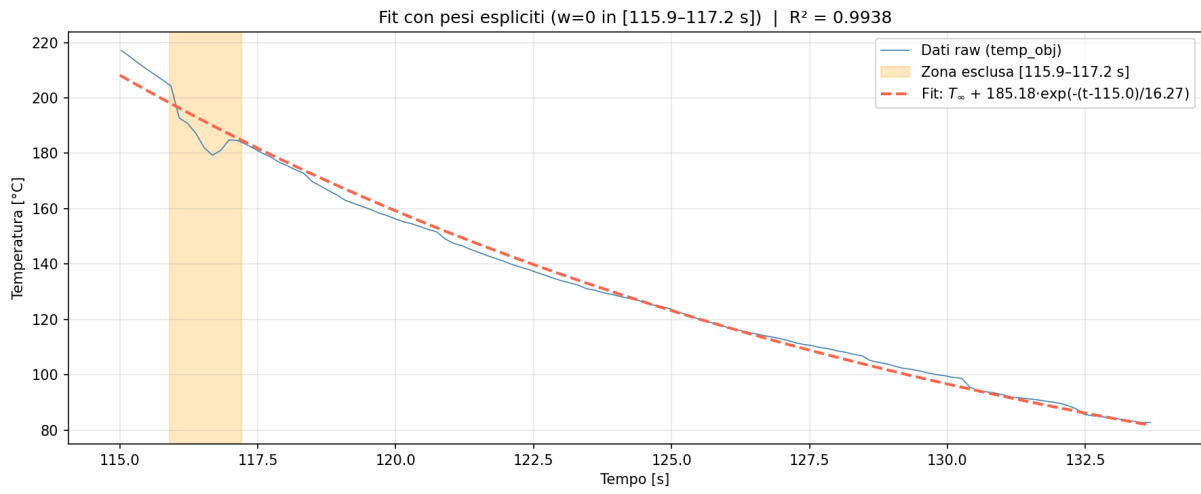


Figura 2: Raffreddamento intero: dati raw (blu), zona esclusa (arancione), curva di fit TRF (rosso tratteggiato).

2.2 Raffreddamento 1° tratto

Fit sul primo sotto-tratto [115.0, 115.9 s], la finestra precedente alla zona di transizione. Pesi uniformi ($w = 1$ su tutti i punti). Parametri liberi: A , τ .

Tabella 3: Parametri stimati — 1° tratto

Parametro	Descrizione	Valore
A	Sovratemperatura iniziale	194.51 C
τ	Costante di tempo	13.17 s

Curva stimata:

$$T(t) = 22.99 + 194.51 \cdot e^{-\frac{t-115.0}{13.17}} \quad [C] \quad (4)$$

Bontà del fit: $R^2 = 0.9998$.

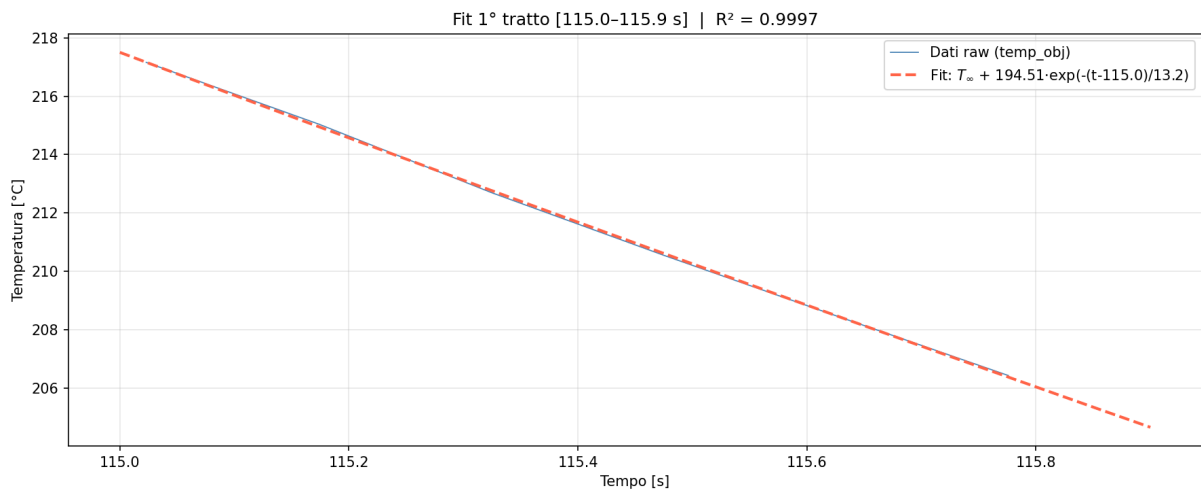


Figura 3: 1° tratto [115.0–115.9 s]: dati raw (blu) e curva di fit (rosso tratteggiato).

2.3 Raffreddamento 2° tratto

Fit sul solo tratto di raffreddamento stazionario, a partire dall'istante in cui la scatola ha completato l'uscita dal forno. In questa finestra i dati seguono il modello esponenziale senza discontinuità, quindi non sono necessari pesi espliciti.

Finestra: $t_0 = 117.5 \text{ s} \rightarrow$ fine osservazione. Pesi uniformi ($w = 1$). Parametri liberi: A, τ .

Tabella 4: Parametri stimati — 2° tratto

Parametro	Descrizione	Valore
A	Sovratemperatura iniziale	154.94 C
τ	Costante di tempo	17.12 s

Curva stimata:

$$T(t) = 22.99 + 154.94 \cdot e^{-\frac{t-117.5}{17.12}} \quad [C] \quad (5)$$

Bontà del fit: $R^2 = 0.9981$ — il modello spiega il 99.81% della varianza, fit eccellente.

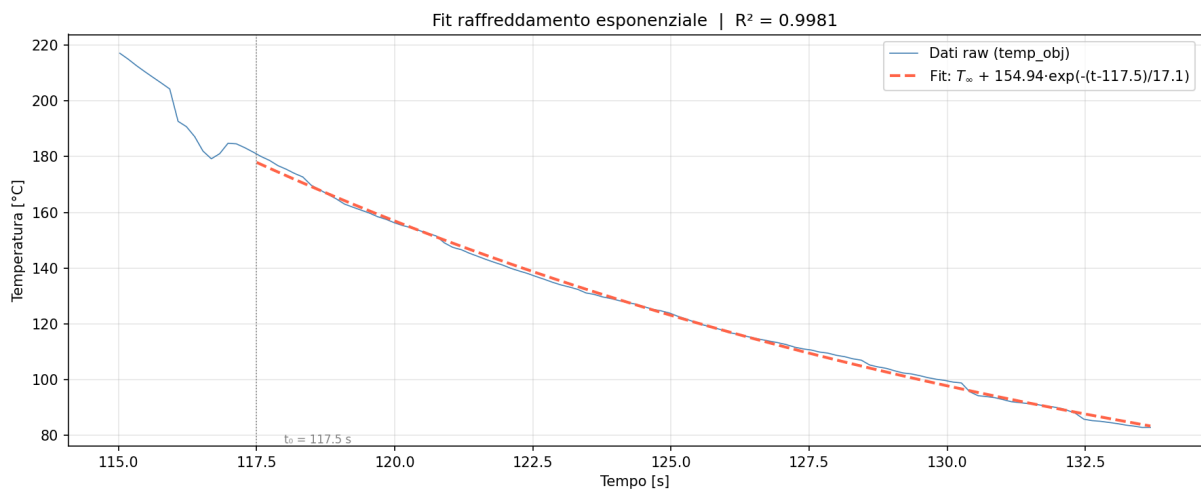


Figura 4: 2° tratto [117.5 s–fine]: dati raw (blu) e curva di fit (rosso tratteggiato).

2.4 Raffreddamento doppio esponenziale

Motivazione

Osservando i fit singoli sovrapposti ai dati raw, si nota che nessuno dei due esponenziali riesce a descrivere l'intera curva: il fit del 1° tratto ($\tau_1 \approx 13$ s) decade troppo rapidamente nella fase finale, mentre il fit del 2° tratto ($\tau_2 \approx 17$ s) non coglie la dinamica iniziale più ripida. Questo suggerisce la presenza di due contributi termici sovrapposti con costanti di tempo diverse.

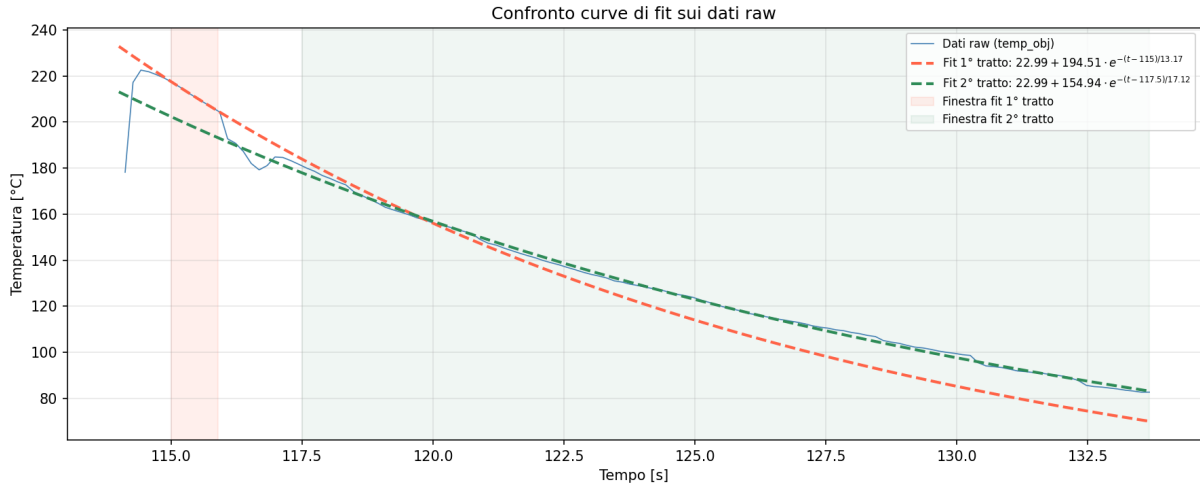


Figura 5: Confronto tra il fit del 1° tratto (rosso) e del 2° tratto (verde) sovrapposti ai dati raw: nessuno dei due descrive correttamente l'intera curva.

Il raffreddamento viene quindi modellato come **combinazione lineare di due esponenziali**: il primo termine cattura una componente rapida (raffreddamento superficiale immediato), il secondo una componente lenta (dissipazione termica del nucleo della scatola):

$$T(t) = T_\infty + A_1 \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_1}} + A_2 \cdot e^{-\frac{t-t_2}{\tau_2}} \quad (6)$$

con $T_\infty = 22.99$ C, $t_1 = 115.0$ s e $t_2 = 117.5$ s fissi. La zona $[115.9, 117.2$ s] è esclusa con pesi nulli ($\sigma = 10^{10}$).

Parametri stimati

Tabella 5: Parametri stimati — doppio esponenziale

Parametro	Descrizione	Valore
A_1	Ampiezza componente rapida	20.73 ± 0.93 C
τ_1	Costante di tempo rapida	1.80 ± 0.17 s
A_2	Ampiezza componente lenta	152.44 ± 0.65 C
τ_2	Costante di tempo lenta	17.60 ± 0.13 s

Curva stimata:

$$T(t) = 22.99 + 20.73 \cdot e^{-\frac{t-115.0}{1.80}} + 152.44 \cdot e^{-\frac{t-117.5}{17.60}} \quad [C] \quad (7)$$

Bontà del fit: $R^2 = 0.9991$ (punti con peso pieno). Rispetto al singolo esponenziale ($R^2 = 0.9938$), il doppio esponenziale migliora significativamente il fit catturando la dinamica iniziale rapida ($\tau_1 \approx 1.8$ s).

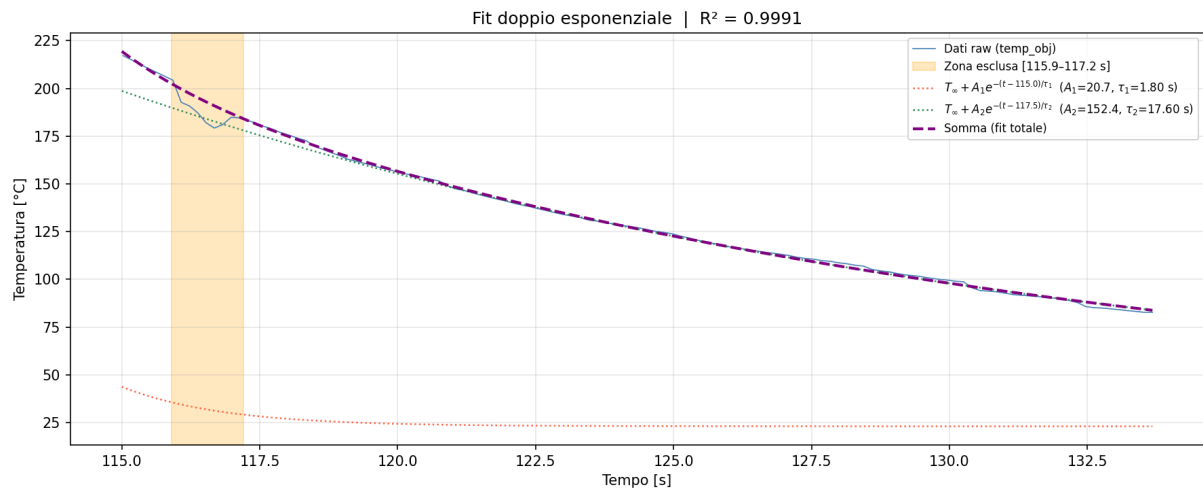


Figura 6: Fit doppio esponenziale: dati raw (blu), componente rapida (rosso punteggiato), componente lenta (verde punteggiato), somma totale (viola tratteggiato), zona esclusa (arancione).